МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФакультетКНТ

КафедраПМИ

Расчетная работа по курсу

«Математические основы теории игр»

Руководители: Выполнил: доцент каф. ПМИ ст. гр. ИПОИм

Дмитриева О. А. Лысенко А. С.

Покровск 2017

Оглавление

[Матричные игры в чистых стратегиях 3](#_Toc501474394)

[Методы решения матричных игр в смешанных стратегиях 6](#_Toc501474395)

[Сведение матричной игры к задаче линейного программирования 10](#_Toc501474396)

[Приближенное решение матричных игр 14](#_Toc501474397)

[Бесконечные антагонистические игры 18](#_Toc501474398)

[Бескоалиционные игры 20](#_Toc501474399)

[Игры с природой 23](#_Toc501474400)

[Приложение А 28](#_Toc501474401)

# Матричные игры в чистых стратегиях

Вариант 10

1. Составляем матрицу игры m×n, которая проводится по следующим правилам:

- Случайно выбираем целое число z из интервала [0,1,2,3,4], каждое возможное значение может быть выбрано с вероятностью 1/5.

- Игрок A, не зная результата этого хода, выбирает целое число.

- Игрок B, не зная ни *z*, ни *х*, выбирает целое число.

- Выигрыш A определяется следующим образом

(|𝑦−𝑧|−|𝑥−𝑧|)

x11 = 1, x12 = 4, x13 = 1, x14 = 0, x15 = 3,

x21 = 4, x22 = 3, x23 = 4, x24 = 1, x25 = 1,

x31 = 3, x32 = 0, x33 = 0, x34 = 2, x35 = 3,

x41 = 0, x42 = 0, x43 = 3, x44 = 1, x45 = 2,

x51 = 3, x52 = 4, x53 = 2, x54 = 1, x55 = 1,

A =

y11 = 3, y12 = 3, y13 = 3, y14 = 4, y15 = 3,

y21 = 4, y22 = 1, y23 = 3, y24 = 3, y25 = 0,

y31 = 3, y32 = 2, y33 = 4, y34 = 1, y35 = 4,

y41 = 2, y42 = 0, y43 = 2, y44 = 1, y45 = 4,

y51 = 0, y52 = 0, y53 = 3, y54 = 0, y55 = 3,

B =

z11 = 0, z12 = 2, z13 = 3, z14 = 4, z15 = 3,

z21 = 2, z22 = 4, z23 = 3, z24 = 3, z25 = 1,

z31 = 2, z32 = 2, z33 = 3, z34 = 3, z35 = 3,

z41 = 1, z42 = 1, z43 = 2, z44 = 1, z45 = 4,

z51 = 0, z52 = 1, z53 = 0, z54 = 4, z55 = 2,

Z =

wij = (|𝑦ij−𝑧ij|−|𝑥ij−𝑧ij|)

w11 = 2, w12 = -1, w13 = -2, w14 = -4, w15 = 0,

w21 = 0, w22 = 2, w23 = -1, w24 = -2, w25 = 1,

w31 = 0, w32 = -2, w33 = -2, w34 = 1, w35 = 1,

w41 = 0, w42 = 0, w43 = -1, w44 = 0, w45 = -2,

w51 = -3, w52 = -2, w53 = 1, w54 = 1, w55 = 0,

W =

2. Для данной матрицы выигрышей игрока **А** определить седловую точку (если она существует). Определить в каком промежутке находится цена игры, если игра не имеет седловой точки.

Матрица выигрыша А

Таким образом элемент aij в матрице с седловой точкой (i, j), является одновременно максимальный в своём столбце и минимальный в своей строке.

A =

*a*0 = min= max {-4, -3, -4, -4, -4, -4} = -3 =

β0 = max = min {4, 3, 4, 4, 3, 2} = 2 =

Цена игры находится в промежутке [-3, 2].

3. В следующей игре заданы платежи игроку **А**. Укажите область значений параметров *p* и *q*, при которых пара (2;2) будет седловой точкой.

Пара (2;2) не может быть седловой точкой. Так как при любых значениях p и q цена игры будет находиться в промежутке [1, …];

# Методы решения матричных игр в смешанных стратегиях

1. Найдите решения игр 2×n и m×2 с заданными платежными матрицами.

A =



Находим точку оптимума – ***О***. В этой точке пересекаются стратегии B4 и B2 игрока B. Таким образом, исключая стратегии B1, B3, B5, B6, получаем матричную игру 2×2 с платежной матрицей вида

A =

Используя алгебраический метод решения этой игры, получаем точное решение

A =

*Ответ:* оптимальные смешанные стратегии игроков SA=|0,86;0,14|, SB=|0,29;0,71| при цене игры v = 0,71

A =



Находим точку оптимума – ***M***. В этой точке пересекаются стратегии A4 и A3 игрока B. Таким образом, исключая стратегии A1, A2, A5, получаем матричную игру 2×2 с платежной матрицей вида

A =

A =

*Ответ:* оптимальные смешанные стратегии игроков SA=|0,25;0,75|, SB=|0,33;0,67| при цене игры v = 11

2. Укажите область значений параметров *p* и *q*, при которых можно решить исходную задачу графически, исключив доминирующие стратегии. При необходимости можно ввести дополнительный параметр.

A =

Т.к. стратегии А3 и А4 доминируют над стратегиями А1 и А2 отбрасывая доминирующие стратегии получим:

A =

При q >=1 и p >= 3 стратегии А3 доминируют над стратегиями А1 отбрасывая доминирующие стратегии получим:

A =

В случае решение игры m×2 строится графическое изображение игры для игрока В и выделяется не нижняя, а верхняя граница выигрыша, и на ней находится точка оптимума с наименьшей ординатой (минимакс).



# Сведение матричной игры к задаче линейного программирования

1. В заданной матрице игры определить, при каких значениях параметров можно исключить доминирующие стратегии и представить ее в виде, приемлемом для сведения матричной игры к задаче линейного программирования.

A =

При p = (4,-5] и q = [9, +∞) стратегия А1, будет доминирующей над стратегиями А2 и А3, следовательно получаем:

A =

При q = [9, +∞) стратегия B3, будет доминирующей над стратегиями B2 и B4 доминирующей над B1, следовательно получаем:

A =

Находим цену игры, при q = 9:

Пара двойственных задач линейного программирования будет в данном случае выглядеть следующим образом:

L = + 🡪 max

T = + 🡪 min

Решим прямую задачу линейного программирования симплексным методом, с использованием симплексной таблицы.

Определим максимальное значение целевой функции

L = + 🡪 max

1. Проверка критерия оптимальности.

Текущий опорный план не оптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

2. Определение новой базисной переменной.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующей переменной x1

3. Определение новой свободной переменной.

Вычислим значение по строкам как частное от деления bi/ai2 из них выберем наименьшее: min (1/9,1/5) = 1/9

Следовательно 1-я строка является ведущей

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | План | x1 | x2 | x3 | x4 |
| x3 | 1 | 9 | 0 | 1 | 0 |
| x4 | 1 | 5 | 9 | 0 | 1 |
| f | 0 | -1 | -1 | 0 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | План | x1 | x2 | x3 | x4 | min |
| x3 | 1 | 9 | 0 | 1 | 0 | 1/9 |
| x4 | 1 | 5 | 9 | 0 | 1 | 1/5 |
| f | 0 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 |

4. Пересчет симплекс таблицы.

Формируем следующую часть симплексной таблицы.

Вместо переменной x3 в план войдет переменная x1.

Строка, соответствующая переменной x1 в плане 1, получена в результате деления всех элементов строки x3 плана 0 на разрешающий элемент РЭ=9

На месте разрешающего элемента в плане 1 получаем 1.

В остальных клетках столбца x2 плана 1 записываем нули.

Таким образом, в новом плане 1 заполнены строка x2 и столбец x2.

Все остальные элементы нового плана 1, включая элементы индексной строки, определяются по правилу прямоугольника.

Для этого выбираем из старого плана четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.

НЭ = СTЭ - (А\*В)/РЭ

СТЭ - элемент старого плана, РЭ - разрешающий элемент (9), А и В - элементы старого плана, образующие прямоугольник с элементами СТЭ и РЭ.

Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| План | x1 | x2 | x3 | x4 |
| 1:9 | 9:9 | 0:9 | 1:9 | 0:9 |
| 1-(1\*5):9 | 5-(9\*5):9 | 9-(0\*5):9 | 0-(1\*5):9 | 1-(0\*5):9 |
| 0-(1\*(-1):9 | -1-(9\*(-1)):9 | -1-(0\*(-1)):9 | 0-(1\*(-1)):9 | 0-(0\*(-1)):9 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | План | x1 | x2 | x3 | x4 |
| x1 | 1/9 | 1 | 0 | 1/9 | 0 |
| x4 | 4/9 | 0 | 9 | - 5/9 | 1 |
| f | 1/9 | 0 | -1 | 1/9 | 0 |

1. Проверка критерия оптимальности.

Текущий опорный план не оптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

2. Определение новой базисной переменной.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующей переменной x2

3. Определение новой свободной переменной.

Вычислим значение по строкам как частное от деления bi/ai2 из них выберем наименьшее: min (-,4/81) = 4/81

Следовательно 2-я строка является ведущей

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | План | x1 | x2 | x3 | x4 |
| x1 | 1/9-(4/9\*0):9 | 1-(0\*0):9 | 0 | 1/9-(-5/9\*0):9 | 0-(1\*0):9 |
| x4 | 4 | 0 | 1 | -5 | 1/9 |
| f | 1/9-(4/9\*(-1)):9 | 0-(0\*(-1):9 | -1-(9\*(-1)):9 | 1/9-(-5/9\*(-1)):9 | 0-(1\*(-1):9 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | План | x1 | x2 | x3 | x4 |
| x1 | 1/9 | 1 | 0 | 1/9 | 0 |
| x4 | 4 | 0 | 1 | -5 | 1/9 |
| f | 13/81 | 0 | 0 | 4/81 | 1/9 |

1. Проверка критерия оптимальности.

Среди значений индексной строки нет отрицательных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.

Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | План | x1 | x2 | x3 | x4 |
| x1 | 1/9 | 1 | 0 | 1/9 | 0 |
| x4 | 4 | 0 | 1 | -5 | 1/9 |
| f | 13/81 | 0 | 0 | 4/81 | 1/9 |

Оптимальный план можно записать так:

x1 = 1/9

x2 = 4

F(X) = 0•1/9 + 0•4 = 0

# Приближенное решение матричных игр

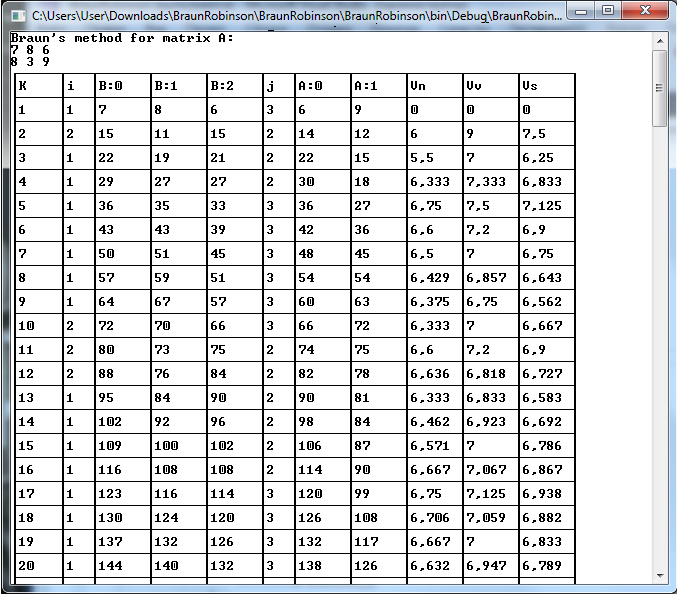
***Цель работы:*** приобретение практических навыков в организации многократного фиктивного разыгрывания матричной игры, определении условий сходимости и статистических вероятностей смешанных стратегий игроков.

A =

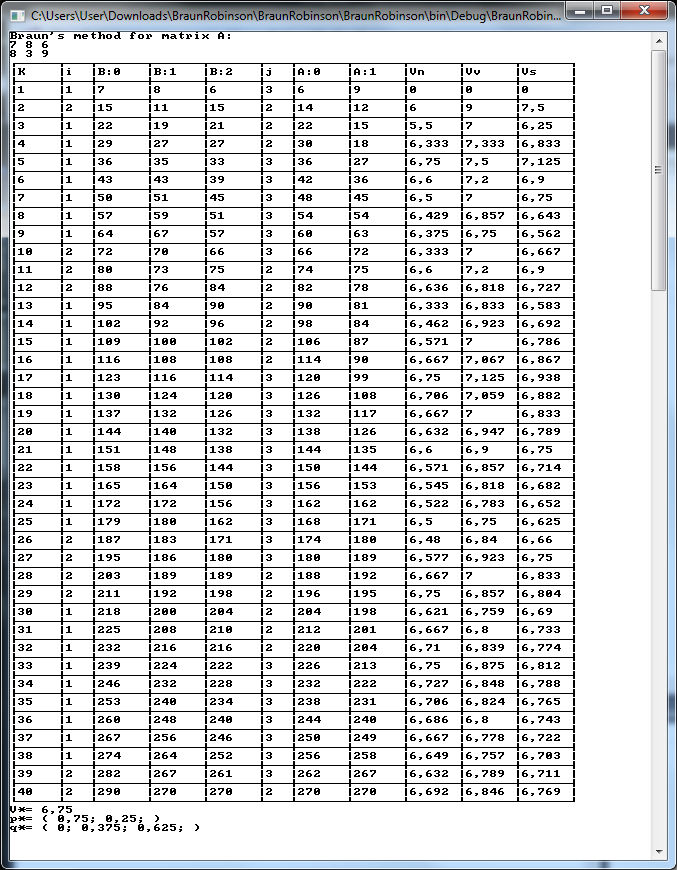
Количество итераций – 20

Т.к. стратегия А1, доминирует над стратегиями А2, А3,А5 получим следующую матрицу

A =



,где  
k - номер партии.  
i - номер стратегии, выбираемой игроком A.  
j - номер стратегии, выбираемой игроком В.  
Bi - накопленный игроком А выигрыш за k партий, при условии, что в данной партии B выбирает стратегию Bi.  
Аj - накопленный игроком В проигрыш за k партий, при условии, что в данной партии A выбирает стратегию Аj.  
Vmin - нижняя оценка игры = min (накопленный выигрыш)/k.  
Vmax - верхняя оценка игры = max (накопленный проигрыш)/k.   
Доказано, что:  
W=(Vmin + Vmax)/2, при k → ∞ и   
pi = Ni/k  
qj = Nj/k  
Ni - сколько раз выбирается Аi стратегия.  
Nj - сколько раз выбирается Bj стратегия.  
NA1 = 16  
P(A1) = 16/20 = 4/5  
NA2 = 4  
P(A2) = 4/20 = 1/5  
NB1 = 0  
P(B3) = 0/20 = 0  
NB2 = 9  
P(B3) = 9/20 = 9/20  
NB3 = 11  
P(B3) = 11/20 = 11/20  
Цена игры, W = 27/4  
Стратегия игрока I: p = (4/5, 1/5)  
Стратегия игрока II: q = (0, 9/20, 11/20)



NA1 = 30  
P(A1) = 30/40 = 3/4  
NA2 = 10  
P(A2) = 10/40 = 1/4  
NB1 = 0  
P(B3) = 0/40 = 0  
NB2 = 15  
P(B3) = 15/40 = 3/8  
NB3 = 25  
P(B3) = 25/40 = 5/8  
Цена игры, W = 27/4  
Стратегия игрока I: p = (3/4, 1/4)  
Стратегия игрока II: q = (0, 3/8, 5/8)

При увеличении числа итераций в двое, заметим что стратегия А1 используется реже, а стратегия А2 чаще, а также стратегия B2 используется реже, а стратегия B3 чаще.

# Бесконечные антагонистические игры

***Цель работы:*** приобретение практических навыков в распределении выигрышей при бесконечном множестве возможных стратегий в играх преследования и в играх типа дуэлей, исследование бесконечных антагонистических игр с выпуклыми функциями выигрышей и сепарабельных игр.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Количество объектов атаки | Вектор ценности объектов | Мощность атаки A | Мощность обороны B |
| 10 | 4 | {7,2,1,1} | 11 | 11 |

Тогда множество стратегий у обоих участников сражения состоит из следующих элементов: 44 стратегий.

Т.к. ценность за победу на первом объекте превышает сумму ценностей побед на всех остальных объектах, победа на 1 объекте будет гарантировать победу в игре.



F(x, y) = 11x1 + 11x2 – функция выигрыша для игры нападения.

Если один из игроков решит отступить от этой стратегии, то он окажется в худшем положении, чем его соперник.

2. Игра на единичном квадрате имеет функцию выигрыша *M(x, y).* Определить имеет ли место ситуация равновесия в этой игре.

*M(x, y) = xy – -*

Функция выигрыша М(x, y)

*M(x, y) = sign(x – y)*

Игрок 1 выбирает число X из множества X = [0;1], игрок 2 выбирает число Y

из множества Y = [0;1]. После этого игрок 2 платит игроку 1 сумму

*M(x, y) = xy – -*

Поскольку игрок 2 хочет минимизировать выигрыш игрока 1, то он определяет

(x -  *-* )

Т. е. при это y = 1. Игрок 1 желает максимизировать свой выигрыш, и поэтому определяет

(x -  *-* ) = 1 - - = - = - =

Игрок 1 выбирает число X из множества X = [0;1], игрок 2 выбирает число Y

из множества Y = [0;1]. После этого игрок 2 платит игроку 1 сумму

*M(x, y) = sign(x – y)*

Поскольку игрок 2 хочет минимизировать выигрыш игрока 1, то он определяет

Т. е. при это y = 1. Игрок 1 желает максимизировать свой выигрыш, и поэтому определяет

( = = = 0

= > ситуация равновесия в этой игре не умеет места.

# Бескоалиционные игры

***Цель работы:*** приобретение практических навыков в построении моделей конфликтных ситуаций с непротивоположными интересами сторон, определение равновесия Нэша и доминирования по Парето в биматричных играх, усвоение геометрических подходов к решению бескоалиционных игр в смешанных стратегиях.

1. Для симметричной биматричной игры 2x2 «Ястреб-голубь» построить графически варианты решений для игроков, исследовать интервалы изменения параметров, которые могут обеспечить равновесие по Нэшу. Определить, может ли в игре иметь место доминирование по Парето.

,

|  |  |
| --- | --- |
| № | Значение параметров |
| 10 | 1,4 |

H D H D

;

H D H D

;

H D H D

,

C = a11 – a12 – a21 + a22 и α = a22 – a12.

D = b11 – b12 – b21 + b22 и β = b22 – b21.

C = -3/2 – 1 – 0 + ½ = -2 и α = ½ – 1 = -½.

D = -3/2 – 0 – 1 + ½ = -2 и β = ½ – 1 = -½.

ε =

ε = -½ / (-2) = -½ \* -½ = ¼.

η =

η = -½ / (-2) = -½ \* -½ = ¼.



Таким образом, имеется одна ситуация равновесия: *x* = (¼, ¾) и *y* = (¼, ¾).

Доминирование по Парето не наблюдается т.к. *x* и *y* имеют одинаковые значения.

2. Построить графически варианты решений для игроков, исследовать бескоалиционную игру на равновесие по Нэшу, доминирование по Парето.

,

C = a11 – a12 – a21 + a22 и α = a22 – a12.

С = 7 – 20 – 19 + 4 = -28 α = 4 – 20 = -16.

D = b11 – b12 – b21 + b22 и β = b22 – b21.

С = 8 – 4 – 2 + 19 = 21 β = 19 – 2 = 17.

ε =

ε = 0,57;

η =

η = 0,81;



Таким образом, имеется одна ситуация равновесия: *x* = (4/7, 3/7) и *y* = (17/21, 4/21).

Доминирование по Парето наблюдается т.к. *x* и *y* имеют разные значения. Доминирующая стратегия у игрока B: 0,81 > 0,57.

# Игры с природой

***Цель работы:*** приобретение практических навыков в построении моделей конфликтных ситуаций с непротивоположными интересами сторон, определение равновесия Нэша и доминирования по Парето в биматричных играх, усвоение геометрических подходов к решению бескоалиционных игр в смешанных стратегиях.

***Задания***

1. Проанализировать описанную ситуацию с точки зрения применимости ***основных*** рассмотренных критериев принятия решений в условиях неопределенности. Для выбора наиболее эффективного варианта стратегии ко всем возможным вариантам применить известные основные критерии оптимальности. Вариант, на который указало большинство критериев, принять за оптимальный.

Основные критерии, используемые в процессе принятия решений в условиях неопределенности, представлены ниже:

1. Критерий Вальда (критерий «максимина»).
2. Критерий «максимакса».
3. Критерий Гурвица (критерий «оптимизма-пессимизма» или «альфа-критерий»).
4. Критерий Сэвиджа (критерий потерь от «минимакса»).

Вариант 10

Матрица стоимостей А

1. Критерий Вальда (критерий «максимина»).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | min(aij) |
| A1 | 60 | 56 | 76 | 45 | 37 | 26 | 26 |
| A2 | 92 | 31 | 5 | 94 | 60 | 44 | 5 |
| A3 | 75 | 89 | 42 | 32 | 49 | 59 | 32 |
| A4 | 78 | 84 | 59 | 14 | 49 | 41 | 14 |
| A5 | 58 | 29 | 5 | 29 | 39 | 50 | 5 |

Вывод: выбираем стратегию: А3

2. Критерий «максимакса».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | max(aij) |
| A1 | 60 | 56 | 76 | 45 | 37 | 26 | 76 |
| A2 | 92 | 31 | 5 | 94 | 60 | 44 | 94 |
| A3 | 75 | 89 | 42 | 32 | 49 | 59 | 89 |
| A4 | 78 | 84 | 59 | 14 | 49 | 41 | 84 |
| A5 | 58 | 29 | 5 | 29 | 39 | 50 | 58 |

Выбираем из (76;94;89;84;58) максимальный элемент max=94   
Вывод: выбираем стратегию A2.

3. Критерий Гурвица (критерий «оптимизма-пессимизма» или «альфа-критерий»).

s1 = 0.5\*26 + (1-0.5)\*76 = 13 + 38 = 51

s2 = 0.5\*5 + (1-0.5)\*94 = 2.5 + 47 = 49.5

s3 = 0.5\*32 + (1-0.5)\*89 = 16 + 44.5 = 60.5

s4 = 0.5\*14 + (1-0.5)\*84 = 7 + 42 = 49

s5 = 0.5\*5 + (1-0.5)\*58 = 2.5 + 29 = 31.53

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | min(aij) | max(aij) | y\*min(aij) +(1-y)\* max(aij) |
| A1 | 60 | 56 | 76 | 45 | 37 | 26 | 26 | 76 | 51 |
| A2 | 92 | 31 | 5 | 94 | 60 | 44 | 5 | 94 | 49.5 |
| A3 | 75 | 89 | 42 | 32 | 49 | 59 | 32 | 89 | 60.5 |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | min(aij) | max(aij) | y\*min(aij) +(1-y)\* max(aij) |
| A4 | 78 | 84 | 59 | 14 | 49 | 41 | 14 | 84 | 49 |
| A5 | 58 | 29 | 5 | 29 | 39 | 50 | 5 | 58 | 31.5 |

Вывод: выбираем стратегию: А3

4. Критерий Сэвиджа (критерий потерь от «минимакса»).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | B6 | max(aij) |
| A1 | 32 | 33 | 0 | 49 | 57 | 33 | 57 |
| A2 | 0 | 68 | 71 | 0 | 34 | 15 | 71 |
| A3 | 17 | 0 | 34 | 62 | 45 | 0 | 62 |
| A4 | 14 | 5 | 17 | 80 | 45 | 18 | 80 |
| A5 | 34 | 60 | 71 | 65 | 55 | 9 | 71 |

Вывод: выбираем стратегию: А1

Общий вывод:

А1 – выбирается один раз,

А2 – выбирается один раз,

А3 – выбирается два раза.

Следовательно оптимальная стратегия А3.

2. Проанализировать описанную ситуацию с точки зрения применимости ***производных*** рассмотренных критериев принятия решений в условиях неопределенности. Для выбора наиболее эффективного варианта стратегии ко всем возможным вариантам применить известные производные критерии оптимальности. Вариант, на который указало большинство критериев, принять за оптимальный.

Производные критерии, используемые в процессе принятия решений в условиях неопределенности, представлены ниже:

1. Критерий Гурвица (критерий «оптимизма-пессимизма» или «альфа-критерий»).

2. Критерий Ходжа-Лемана.

3. Критерий Гермейера.

4. BL (MM) – критерий.

1. Критерий Гурвица (критерий «оптимизма-пессимизма» или «альфа-критерий»).

s1 = 0.5\*(-5) + (1-0.5)\*67 = -2.5 + 33.5 = 31

s2 = 0.5\*(-39) + (1-0.5)\*97 = -19.5 + 48.5 = 29

s3 = 0.5\*13 + (1-0.5)\*73 = 6.5 + 36.5 = 43

s4 = 0.5\*(-88) + (1-0.5)\*46 = -44 + 23 = -21

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | min(aij) | max(aij) | y\*min(aij) +(1-y)\* max(aij) |
| A1 | 65 | -5 | 67 | 35 | -5 | 67 | 31 |
| A2 | -39 | 65 | 97 | 48 | -39 | 97 | 29 |
| A3 | 33 | 63 | 13 | 73 | 13 | 73 | 43 |
| A4 | -88 | 4 | 46 | -39 | -88 | 46 | -21 |

Вывод: выбираем стратегию: А3

2. Критерий Ходжа-Лемана.

v = 0.5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | /4 | min(aij) | /4 | (1-v)min(aij) | eir | max(eir) |
| A1 | 65 | -5 | 67 | 35 | 40.5 | -5 | 20.25 | -2.5 | 17,75 |  |
| A2 | -39 | 65 | 97 | 48 | 42.75 | -39 | 21.375 | -19.5 | 1,875 |  |
| A3 | 33 | 63 | 13 | 73 | 45.5 | 13 | 22,75 | 6.5 | 29,25 | 29,25 |
| A4 | -88 | 4 | 46 | -39 | -19.25 | -88 | -9.625 | -44 | -53,625 |  |

Вывод: выбираем стратегию: А3

3. Критерий Гермейера.

q = ¼

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | eijqj | | | | eir = min(eijqj) | max(eir) |
| A1 | 65 | -5 | 67 | 35 | 16.25 | -1.25 | 16.75 | 8.75 | -1.25 |  |
| A2 | -39 | 65 | 97 | 48 | -9.75 | 16.25 | 24.25 | 12 | -9.75 |  |
| A3 | 33 | 63 | 13 | 73 | 8.25 | 15.75 | 3.25 | 18.25 | 3.25 | 3.25 |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | eijqj | | | | eir = min(eijqj) | max(eir) |
| A4 | -88 | 4 | 46 | -39 | -22 | 1 | 11.5 | -9.75 | -22 |  |

Вывод: выбираем стратегию: А3

4. BL (MM) – критерий.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  | Столбец 1 |  | Столбец 2 |  | Столбец 3 |
| Ai | B1 | B2 | B3 | B4 | /4 | min(eij) | ei0j0-min(eij) | max(eij) | max(eij)- max(ei0j) |
| A1 | 65 | -5 | 67 | 35 | 40.5 | -5 | 0 | 67 | 0 |
| A2 | -39 | 65 | 97 | 48 | 42.75 | -39 | 34 | 97 | -30 |
| A3 | 33 | 63 | 13 | 73 | 45.5 | 13 | -18 | 73 | -6 |
| A4 | -88 | 4 | 46 | -39 | -19.25 | -88 | 83 | 46 | 21 |

Вывод: выбираем стратегию: А3

Общий вывод:

А1 – ни разу не выбирается,

А2 – ни разу не выбирается,

А3 – выбирается четыре раза,

А4 – ни разу не выбирается.

Следовательно оптимальная стратегия А3.

3. С помощью применимых критериев принятия решений в условиях риска определить оптимальный период (в месяцах) между планируемыми профилактическими ремонтами для следующей ситуации.

# Приложение А

Листинг программы «Приближенное решение матричных игр»

Код программы С#

using System;

using System.Collections.Generic;

using System.Linq;

using System.Text;

namespace BraunRobinson

{

class Program

{

static void Main(string[] args)

{

Console.BackgroundColor = ConsoleColor.White;

Console.ForegroundColor = ConsoleColor.Black;

double[,] A = { { 7, 8, 6 }, { 8, 3, 9 } };

Console.WriteLine("Braun's method for matrix A:");

printMatr(A);

Braun(A, 0.01);

//double[,] B = { { 1, 6 }, { 5, 4 }, { 0, 7 }, { 3, 5} };

//Console.WriteLine("\n\nBraun's method for matrix B:");

//printMatr(B);

//Braun(B, 0.001);

Console.ReadKey();

}

private static void printMatr(double[,] m)

{

for (int i = 0; i < m.GetLength(0); i++)

{

for (int j = 0; j < m.GetLength(1); j++)

Console.Write(Math.Round(m[i, j], 3) + " ");

Console.WriteLine();

}

}

private static void Braun(double[,] matrix, double eps)

{

int m = matrix.GetLength(0);

int n = matrix.GetLength(1);

List<double> B = new List<double>();

List<double> cB = new List<double>();

List<double> A = new List<double>();

List<double> cA = new List<double>();

for (int i = 0; i < n; i++) { B.Add(0.0); cB.Add(0.0); }

for (int j = 0; j < m; j++) { A.Add(0.0); cA.Add(0.0); }

Random rand = new Random();

int f = rand.Next(m);

int min = 0;

double Vn = 0.0, Vv = 0.0, Vs = 0.0, Vold = 0.0;

int count=0;

int width=6;

Console.Write("┌─────┬───┬");

for (int i = 0; i < B.Count; i++) Console.Write("──────┬");

Console.Write("───┬");

for (int i = 0; i < A.Count + 2; i++) Console.Write("──────┬");

Console.Write("──────┐");

Console.WriteLine();

Console.Write("│K".PadRight(width) + "│" + "i │");

for (int i = 0; i < B.Count; i++) Console.Write("B:"+i.ToString().PadRight(width-2) + "│");

Console.Write("j │");

for (int i = 0; i < A.Count; i++) Console.Write("A:"+i.ToString().PadRight(width-2) + "│");

Console.Write("Vn".PadRight(width)+"│"+"Vv".PadRight(width)+"│"+"Vs".PadRight(width)+"│");

Console.WriteLine();

while (true)

{

Console.Write("├─────┼───┼");

for (int i = 0; i < B.Count; i++) Console.Write("──────┼");

Console.Write("───┼");

for (int i = 0; i < A.Count + 2; i++) Console.Write("──────┼");

Console.Write("──────┤");

Console.WriteLine();

count++;

cA[f]++;

for (int i = 0; i < B.Count; i++) B[i] += matrix[f, i];

min = B.IndexOf(B.Min());

cB[min]++;

for (int j = 0; j < A.Count; j++) A[j] += matrix[j, min];

Console.Write("│" + count.ToString().PadRight(width-1) + "│" + (f + 1).ToString().PadRight(3) + "│");

for (int i = 0; i < B.Count; i++) Console.Write(Math.Round(B[i], 3).ToString().PadRight(width) + "│");

Console.Write((min + 1).ToString().PadRight(3) + "│");

for (int j = 0; j < A.Count; j++) Console.Write(Math.Round(A[j], 3).ToString().PadRight(width) + "│");

Console.Write(Math.Round(Vn,3).ToString().PadRight(width)+"│"+Math.Round(Vv,3).ToString().PadRight(width)+"│"+Math.Round(Vs,3).ToString().PadRight(width)+"│");

Console.WriteLine();

Vn = B.Min() / count;

Vv = A.Max() / count;

Vs = (Vv + Vn)/2;

if ((Math.Abs(Vs - Vv)) < eps) break;

//if ((count%20)==0) Console.ReadLine();

Vold = Vs;

f = A.IndexOf(A.Max());

}

Console.Write("└─────┴───┴"); for (int i = 0; i < B.Count; i++) Console.Write("──────┴");

Console.Write("───┴"); for (int i = 0; i < A.Count + 2; i++) Console.Write("──────┴");

Console.Write("──────┘");

Console.WriteLine();

Console.WriteLine("V\*= " + Math.Round(Vs, 3));

double[] p = new double[A.Count];

for (int i = 0; i < p.Length; i++) p[i] = cA[i] / count;

Console.Write("p\*= ( ");

for (int i = 0; i < p.Length; i++) Console.Write(Math.Round(p[i],3)+"; ");

Console.WriteLine(")");

double[] q = new double[B.Count];

for (int i = 0; i < q.Length; i++) q[i] = cB[i] / count;

Console.Write("q\*= ( ");

for (int i = 0; i < q.Length; i++) Console.Write(Math.Round(q[i],3)+"; ");

Console.WriteLine(")");

}

}

}